Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Locală - Maramureş

Clasa a VII - a

1. a) Să se calculeze $[S]$, unde
$S=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+...+\frac{1}{5\cdot 2^{n-2}}$, $n\in N^*$,
unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x.

(Supliment Gazeta Matematică, nr. 9/2014.)

b) Fie mulţimea $\{x_1;x_2;x_3;x_4;...;x_{2015}\}=\{1;2;3;4;...;2015\}$. Arătaţi că printre numerele
$|x_1-1|;|x_2-2|;|x_3-3|;...;|x_{2015}-2015|$
există cel puţin două numere egale.

2 . Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi ecuaţia $x^2y-2x=3y-1$.

3. Se consideră triunghiul ABC, $m(\angle A)=90°$, D simetricul punctului C faţă de A, $CE\perp BD$, $E\in BD$ şi $AB\cap CE=\{F\}$. Ştiind că $AE\,//\,BC$, iar paralela prin F la BD intersectează $[BC]$ în P şi CD în Q să se arate că:

a) $m(\angle C)=2\cdot m(\angle B)$;

b) $\frac{2}{3}\cdot BC<PE+EQ<BC$.

(Gazeta Matematică nr. 12/2014)

4. Pe laturile $[AB]$ şi $[AC]$ ale triunghiului oarecare ABC se construiesc în exteriorul triunghiului ABC triunghiurile echilaterale ABD şi ACE. Dacă M, N şi P sunt mijloacele segmentelor (AD), (BC), respectiv (AE) arătaţi că triunghiul MNP este echilateral.

Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Subiecte selectate şi prelucrate de:

prof. Ienuţaş Vasile, Şcoala Gimnazială "George Coşbuc" Baia Mare;
prof. Rotaru Dumitru, Şcoala Gimnazială "Avram Iancu" Baia Mare;
prof. Erdei Mariana, Şcoala Gimnazială "Dimitrie Cantemir" Baia Mare;
prof. Bunu Iulian, Liceul de Arte Baia Mare.